$g^{-1}(x)=g(x)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a}=a \\ \frac{-b}{a}=b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=1 \\ ab=-b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases} ou \begin{cases} a=-1 \\ b\in\mathbb{R} \end{cases}$$

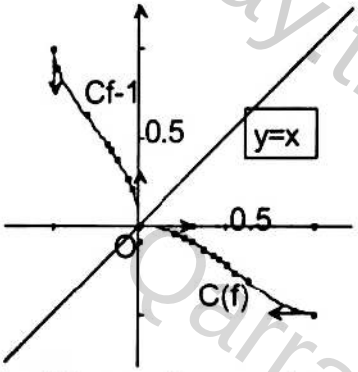
EX 3 :

$f(x)=\frac{1}{2}x^4-x^2$; $x\in[0,1]$

1) f est dérivable sur $\mathbb{R}$

$f'(x)=2x^3-2x=2x(x^2-1)$

x	0		1
f '(x)	0	-	0
f(x)	0	↘	$\frac{-1}{2}$



2) a) f est continue et strictement décroissante sur $[0,1]$

elle réalise donc une bijection de $[0,1]$ sur J

$J=f([0,1])=[f(1),f(0)]=\left[\frac{-1}{2},0\right]$

b) $(\zeta_{f^{-1}})=S_{\Delta}(\zeta_f)$ avec Δ:y=x

c) on pose : $y=f^{-1}(x)$ $x\in\left[\frac{-1}{2},0\right]$, $y\in[0,1]$

$\Leftrightarrow f(y)=x \Leftrightarrow \frac{1}{2}y^4-y^2=x \Leftrightarrow y^4-2y^2=2x$

$\Leftrightarrow y^4-2y^2+1=2x+1 \Leftrightarrow (y^2-1)^2=2x+1$

$\Leftrightarrow |y^2-1|=\sqrt{2x+1}$

$\Leftrightarrow 1-y^2=\sqrt{2x+1}$ car $y\in[0,1]$

$\Leftrightarrow y^2=1-\sqrt{2x+1} \Leftrightarrow y=\sqrt{1-\sqrt{2x+1}}$ car $y\geq 0$

d'où $f^{-1}(x)=\sqrt{1-\sqrt{2x+1}}$

EX 4 :

$f(x)=\cos(\pi.x)$: $x\in[0,1]$

1) $f'(x)=-\pi.\sin(\pi x)$

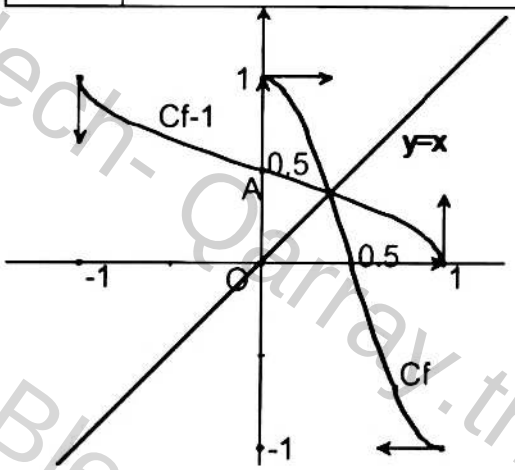
$x\in[0,1] \rightarrow \pi x\in[0,\pi]$

$\Rightarrow f'(x)\leq 0$

f est continue et strictement décroissante sur [0,1]
d'où f réalise une bijection de [0,1] sur
J=[f(1),f(0)]=[-1,1]

2)

x	0		1
f '(x)	0	-	0
f(x)	1	↘	-1



Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn